

Α' Σετ ασκήσεων

1.1

Σχεδιάστε τις παρακάτω συναρτήσεις

α) $e^{-2t}u(t-1)$

β) $u(t^2-9)$

γ) $\Pi(\frac{t-2}{5})$, όπου $\Pi(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$ η συνάρτηση μοναδιαίου παλμού

δ) $\Pi(\frac{t+1}{2}) + \Pi(t - \frac{1}{2})$

1.2

Καθορίστε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι περιοδικές και αν είναι, υπολογίστε την περίοδο τους

α) $e^{j\pi t-1}$

β) $\sin(t) + \cos(\sqrt{2}t)$

γ) $2\cos(120\pi t + \pi/3) + 6\cos(377t)$

δ) $\cos^2(2t - \frac{\pi}{3})$

1.3

Υπολογίστε την βασική περίοδο των παρακάτω περιοδικών σημάτων

α) $x(t) = \cos(5\pi t) + \sin(12\pi t)$

β) $x(t) = \cos(4\pi t)\sin(3\pi t)$

1.4

Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα

α) $\int_{-\infty}^{\infty} (t-2)^2 \delta(t-2) dt$

β) $\int_0^5 \cos(2\pi t) \delta(t-1/2) dt$

$$\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \dot{\delta}(t-2) dt$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-5t} + \sin(10\pi t)) \dot{\delta}(t) dt$$

1.5

Μελετήστε τα παρακάτω συστήματα ως προς τις εξής ιδιότητες: στατικότητα, χρονική αμεταβλητότητα, γραμμικότητα, αιτιατότητα και ευστάθεια

$$\alpha) y(t) = \frac{x(t)}{1 + x(t-1)}$$

$$\beta) y(t) = e^t x(-t)$$

$$\gamma) y(t) = \dot{x}(t)$$

$$\delta) y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-(t-\tau)} u(t-\tau) d\tau$$

1.6

Αποδείξτε ότι τα συστήματα που περιγράφονται από τις παρακάτω σχέσεις εισόδου-εξόδου είναι ΓΧΑ και στη συνέχεια βρείτε την κρουστική του απόκριση

$$\alpha) y(t) = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2} \int_{t-\tau_1}^{t+\tau_2} x(\tau) d\tau$$

$$\beta) y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t-\tau) x(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^N \alpha_i x(t-t_i)$$

1.7

Χρησιμοποιώντας τον τύπο της συνέλιξης, υπολογίστε την έξοδο του συστήματος $y(t) = x(t) * h(t)$ για τα παρακάτω ζεύγη εισόδων-κρουστικών αποκρίσεων

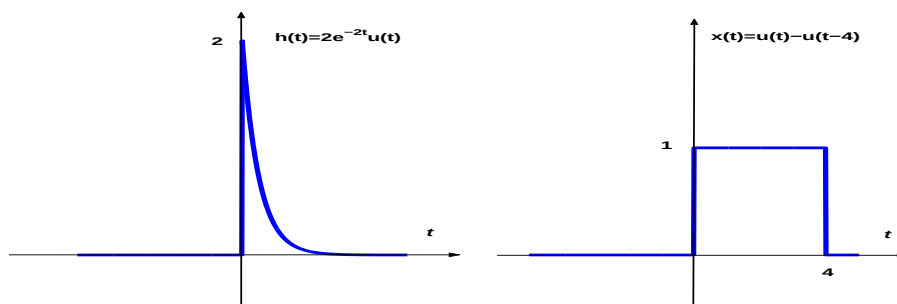
$$\alpha) x(t) = u(t-1), \quad h(t) = u(t) + \frac{d\delta(t-1)}{dt}$$

$$\beta) x(t) = e^{at} u(t), \quad h(t) = e^{\beta t} u(t). \text{ Εξετάστε τις περιπτώσεις } \alpha \neq \beta \text{ και } \alpha = \beta.$$

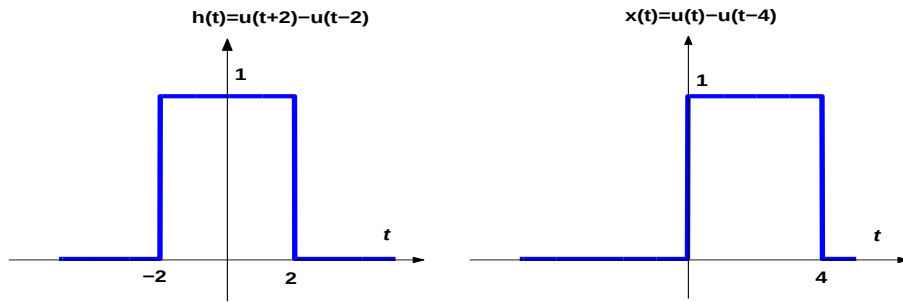
$$\gamma) x(t) = e^{2t} u(t), \quad h(t) = e^{-3t} u(t). \text{ Στην περίπτωση αυτή δείξτε ότι το σύστημα είναι αιτιατό και BIBO ευσταθές.}$$

1.8

Υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο $y(t)$ του ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση $h(t)$ για την είσοδο $x(t)$, όπως αυτές φαίνονται στα παρακάτω σχήματα



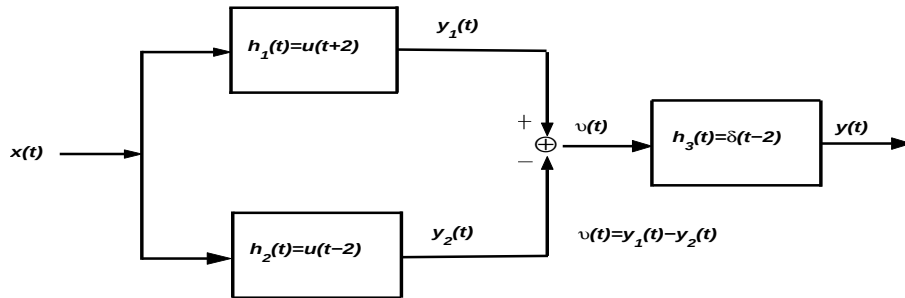
α)



β)

1.9

Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συνολικού συστήματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και εξετάστε αν το συνολικό σύστημα είναι αιτιατό και BIBO ευσταθές.



1.10

Στο παρακάτω σχήμα το πρώτο ΓΧΑ έχει κρουστική απόκριση $h_1(t) = u(t+3)$ ενώ το δεύτερο (συνδεδεμένο σε σειρά) ΓΧΑ σύστημα περιγράφεται από τη σχέση εισόδου-εξόδου $y(t) = \dot{w}(t) - \pi w(t)$. Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συνολικού συστήματος. Δώστε μια έκφραση της εξόδου $y(t)$ ως συνάρτηση της εισόδου $x(t)$, χρησιμοποιώντας καθυστερητές, διαφοριστές και ολοκληρωτές. (Υπόδειξη: Προσπαθήστε να εκφράσετε την έξοδο στην μορφή $y(t) = Ax(t - t_1) + B \frac{dx(t-t_2)}{dt} + C \int_{-\infty}^{t-t_3} x(\tau) d\tau$)

