

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ



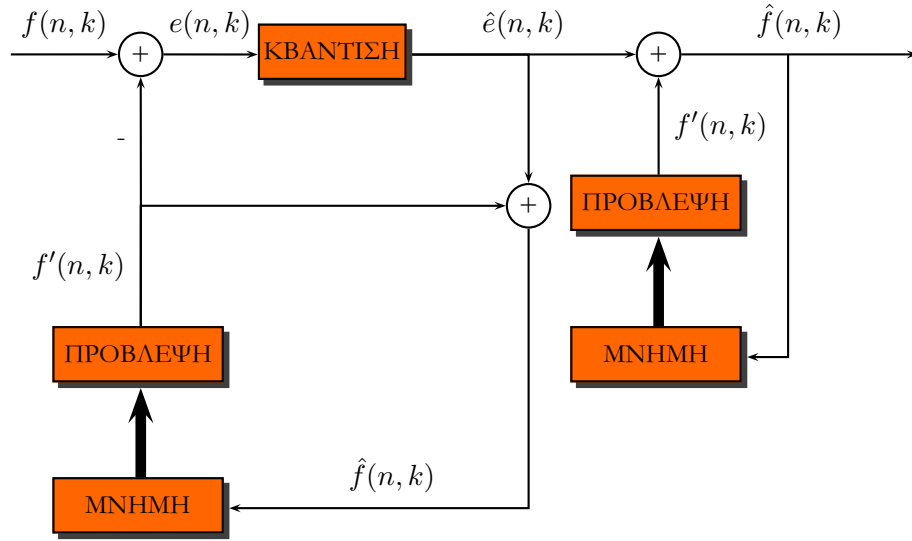
Συμπίεση Εικόνων με Χρήση των Κωδικοποιήσεων DPCM & ADPCM

1 Εισαγωγή

Η κωδικοποίηση DPCM (Differential Pulse Code Modulation) μπορεί να θεωρηθεί ως μια γενίκευση της κωδικοποίησης δέλτα την οποία εξετάσαμε σε προηγούμενη εργαστηριακή άσκηση. Στην κωδικοποίηση δέλτα, το σήμα λάθους $e(n) = f(n) - \hat{f}(n-1)$ κβαντίζεται και αποστέλλεται στο δέκτη. Το πλέον πρόσφατα κωδικοποιημένο δείγμα της εικόνας $\hat{f}(n-1)$ και το σήμα λάθους $e(n)$ μπορούν να ειπωθούν ως μια πρόβλεψη του σήματος $f(n)$ και ως το λάθος της πρόβλεψης αυτής αντίστοιχα. Στην κωδικοποίηση DPCM, υπολογίζουμε αρχικά μια πρόβλεψη για τη φωτεινότητα του τρέχοντος εικονοστοιχείου με βάση τις φωτεινότητες των γειτονικών εικονοστοιχείων τα οποία έχουν ήδη κωδικοποιηθεί και στη συνέχεια υπολογίζουμε το λάθος της πρόβλεψης αυτής. Το σήμα λάθους στη συνέχεια κωδικοποιείται χρησιμοποιώντας όχι απαραίτητα ένα μόνο δυαδικό ψηφίο ανά εικονοστοιχείο, αλλά πιθανώς και με περισσότερα.

2 Κωδικοποίηση DPCM

Ο κωδικοποιητής και ο αποκωδικοποιητής ενός συστήματος DPCM παρουσιάζονται στο Σχήμα 1. Προκειμένου να κωδικοποιήσουμε τη φωτεινότητα του τρέχοντος εικονοστοιχείου $f(n, k)$, υπολογίζουμε αρχικά μια πρόβλεψη για τη φωτεινότητά του βασισμένοι σε προηγούμενες κωδικοποιημένες τιμές φωτεινότητας των γειτονικών του εικονοστοιχείων. Η πρόβλεψη του σήματος $f(n, k)$ συμβολίζεται ως $f'(n, k)$. Στο Σχήμα παρατηρούμε μια διάταξη μνήμης (τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη) η οποία κρατάει αποθηκευμένες τις ανακατασκευασμένες τιμές των προηγούμενων εικονοστοιχείων με βάση τις οποίες θα υπολογιστεί η πρόβλεψη της φωτεινότητας του τρέχοντος εικονοστοιχείου. Σκοπός μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε τη διασπορά του σήματος λάθους $e(n, k) = f(n, k) - f'(n, k)$ έτσι ώστε αυτό να παρουσιάζει μικρή δυναμική περιοχή και να μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από μικρό αριθμό δυαδικών ψηφίων. Η διαδικασία της κβάντισης του σήματος $e(n, k)$ οδηγεί στο σήμα $\hat{e}(n, k)$ το οποίο και αποστέλλεται στο δέκτη.



Σχήμα 1: Κωδικοποιητής και αποκωδικοποιητής ενός συστήματος DPCM

Στο δέκτη, το σήμα $\hat{e}(n, k)$ συνδυάζεται με το σήμα $f'(n, k)$ (την πρόβλεψη του $f(n, k)$). Δεδομένου πως οι προηγούμενα ανακατασκευασμένες τιμές φωτεινότητας καθώς και η μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιεί ο πομπός είναι γνωστές στο δέκτη, πομπός και δέκτης υπολογίζουν ακριβώς τις ίδιες τιμές για την πρόβλεψη $f'(n, k)$. Όπως και στην περίπτωση της κωδικοποίησης δέλτα, και εδώ ο πομπός συμπεριλαμβάνει ως τμήμα του τη διάταξη του δέκτη η οποία υπολογίζει την ανακατασκευή $\hat{f}(n, k)$. Τις τιμές αυτές ο πομπός τις χρησιμοποιεί για να υπολογίσει την πρόβλεψη, και όχι τις πραγματικές τιμές $f(n, k)$, με σκοπό να μιμηθεί πλήρως τη διάταξη του δέκτη η οποία φυσικά δεν γνωρίζει τις πραγματικές τιμές. Χρησιμοποιώντας τις ανακατασκευασμένες τιμές για τον υπολογισμό της πρόβλεψης και στη συνέχεια του σφάλματος πρόβλεψης, εξασφαλίζουμε (όπως στην περίπτωση της κωδικοποίησης δέλτα) πως δεν έχουμε συσσώρευση του σφάλματος κβάντισης.

Οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος DPCM του Σχήματος 1 είναι οι ακόλουθες:

$$e(n, k) = f(n, k) - f'(n, k)$$

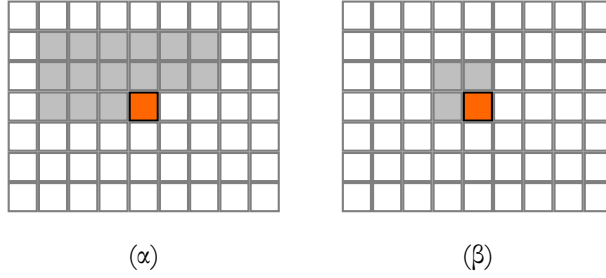
$$\hat{e}(n, k) = Q(e(n, k))$$

$$\hat{f}(n, k) = f'(n, k) + \hat{e}(n, k)$$

όπου $Q(\cdot)$ είναι η συνάρτηση εισόδου εξόδου του κβαντιστή που χρησιμοποιείται. Από τις παραπάνω σχέσεις λαμβάνουμε για το σφάλμα κβάντισης την έκφραση:

$$e_Q(n, k) = \hat{f}(n, k) - f(n, k) = \hat{e}(n, k) - e(n, k)$$

Παρατηρούμε πως αν στις παραπάνω εξισώσεις θέσουμε $f'(n, k) = 0$, δηλαδή ένα σύστημα DPCM το οποίο δεν χρησιμοποιεί πρόβλεψη, τότε το σύστημα αυτό είναι ισοδύναμο με ένα απλό PCM σύστημα κωδικοποίησης.



Σχήμα 2: Παραδείγματα περιοχών πρόβλεψης

3 Υπολογισμός του Φίλτρου Πρόβλεψης

Σε ένα σύστημα DPCM, η πρόβλεψη του σήματος $f(n, k)$ δίνεται ως ένας γραμμικός συνδυασμός προηγούμενων τιμών $\hat{f}(n - n_i, k - k_i)$ οι οποίες έχουν ήδη κωδικοποιηθεί και στη συνέχεια έχουν ανακατασκευαστεί, δηλαδή:

$$f'(n, k) = \sum \sum_{(n_i, k_i) \in R_{nk}} a(n_i, k_i) \hat{f}(n - n_i, k - k_i)$$

όπου R_{nk} είναι μια περιοχή γύρω από το εικονοστοιχείο (n, k) η οποία περιλαμβάνει μόνο τα εικονοστοιχεία τα οποία έχουν ήδη κωδικοποιηθεί. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 2 παρουσιάζουμε δύο παραδείγματα περιοχών γύρω από το κεντρικό εικονοστοιχείο θεωρώντας πως η κωδικοποίηση γίνεται κατά γραμμές και από αριστερά προς τα δεξιά.

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε τους συντελεστές $a(n_i, k_i)$ οι οποίοι για μια συγκεκριμένη εικόνα θα δίνουν καλές προβλέψεις του επόμενου εικονοστοιχείου σε σχέση με τις τιμές φωτεινότητας των εικονοστοιχείων της γύρω περιοχής. Ένα καλό κριτήριο προς ελαχιστοποίηση είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ανάμεσα στην εικόνα και την πρόβλεψή της:

$$MSE = E[e^2(n, k)] = E \left[\left(f(n, k) - \sum \sum_{(n_i, k_i) \in R_{nk}} a(n_i, k_i) \hat{f}(n - n_i, k - k_i) \right)^2 \right]$$

Το παραπάνω κριτήριο ωστόσο, είναι δύσκολο να ελαχιστοποιηθεί αφού το σήμα $\hat{f}(n, k)$ εξαρτάται από τους συντελεστές $a(n_i, k_i)$ αλλά και από τον κβαντιστή που χρησιμοποιούμε. Επομένως, αποτελεί ένα μη-γραμμικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Για να ξεφύγουμε από αυτή τη δυσκολία, αντικαθιστούμε στην παραπάνω σχέση το σήμα $f(n, k)$ στη θέση του $\hat{f}(n, k)$ θεωρώντας πως αφού το δεύτερο αποτελεί την κβαντισμένη εκδοχή του πρώτου δεν κάνουμε μεγάλο σφάλμα. Έτσι, μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε την έκφραση:

$$\hat{MSE} = E \left[\left(f(n, k) - \sum \sum_{(n_i, k_i) \in R_{nk}} a(n_i, k_i) f(n - n_i, k - k_i) \right)^2 \right]$$

Η παραπάνω έκφραση είναι δευτέρου βαθμού ως προς τους συντελεστές $a(n_i, k_i)$ και η ελαχιστοποίησή της, όπως θα δούμε, μπορεί να γίνει αρκετά εύκολα.

Για να το δούμε αυτό, αρχικά γράφουμε τη διπλή άθροιση της παραπάνω σχέσης σε μορφή εσωτερικού γινομένου

$$\sum_{(n_i, k_i) \in R_{nk}} a(n_i, k_i) f(n - n_i, k - k_i) = \mathbf{f}_{n,k}^T \cdot \mathbf{a}_{n,k}$$

όπου $\mathbf{f}_{n,k}$ είναι ένα διάνυσμα το οποίο περιλαμβάνει τις τιμές της εικόνας στην περιοχή $R_{n,k}$ και $\mathbf{a}_{n,k}$ είναι ένα διάνυσμα το οποίο περιλαμβάνει τους αντίστοιχους συντελεστές του φίλτρου πρόβλεψης. Με τη χρήση της παραπάνω σχέσης θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \hat{MSE} &= E \left[\left(f(n, k) - \sum_{(n_i, k_i) \in R_{nk}} a(n_i, k_i) f(n - n_i, k - k_i) \right)^2 \right] \\ &= E \left[(f(n, k) - \mathbf{f}_{n,k}^T \cdot \mathbf{a}_{n,k})^2 \right] \\ &= E [f^2(n, k) + \mathbf{a}_{n,k}^T \mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T \mathbf{a}_{n,k} - 2f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}^T \mathbf{a}_{n,k}] \\ &= E[f^2(n, k)] + \mathbf{a}_{n,k}^T E [\mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T] \mathbf{a}_{n,k} - 2E [f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}^T] \mathbf{a}_{n,k} \\ &= E[f^2(n, k)] + \mathbf{a}_{n,k}^T \mathbf{R} \mathbf{a}_{n,k} - 2\mathbf{p}^T \mathbf{a}_{n,k} \end{aligned}$$

όπου $\mathbf{R} = E [\mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T]$ και $\mathbf{p} = E [f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}^T]$ είναι ο πίνακας αυτοσυσχέτισης των διανυσμάτων $\mathbf{f}_{n,k}$ και το διάνυσμα έτεροσυσχέτισης του βαθμωτού $f(n, k)$ με το διάνυσμα $\mathbf{f}_{n,k}$ αντίστοιχα. Το σημείο $\mathbf{a}_o$ το οποίο ελαχιστοποιεί την παραπάνω συνάρτηση θα πρέπει σύμφωνα με το θεώρημα του Fermat να αναζητηθεί ανάμεσα στα στάσιμα σημεία της συνάρτησης. Στην περίπτωση μας, το μοναδικό στάσιμο σημείο θα δίνεται ως λύση της εξίσωσης:

$$\frac{\partial \hat{MSE}}{\partial \mathbf{a}_o} = \mathbf{0}$$

η οποία γίνεται

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{MSE}}{\partial \mathbf{a}_o} &= \mathbf{0} \\ 2\mathbf{R}\mathbf{a}_o - 2\mathbf{p} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{a}_o &= \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \end{aligned}$$

δηλαδή ως λύση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων. Επιπρόσθετα, για να αντιστοιχεί αυτό το στάσιμο σημείο σε ελάχιστο της συνάρτησης αρκεί ο πίνακας $\mathbf{R}$ να είναι θετικά ορισμένος.

Οι στοχαστικές ποσότητες που εμφανίζονται στην παραπάνω έκφραση μπορούν να εκτιμηθούν στατιστικά για μια εικόνα εισόδου $f(n, k)$ διαστάσεων $N \times K$ με βάση τις σχέσεις:

$$\mathbf{R} = E [\mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T] \approx \frac{1}{N \cdot K} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T$$

και

$$\mathbf{p} = E [f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}^T] \approx \frac{1}{N \cdot K} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}^T$$

Ο υπολογισμός του φίλτρου πρόβλεψης γίνεται στο πομπό, και στη συνέχεια οι συντελεστές του φίλτρου πρόβλεψης κβαντίζονται και αποστέλλονται στον δέκτη. Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειώσουμε πως και ο πομπός θα πρέπει να χρησιμοποιεί τις κβαντισμένες τιμές των συντελεστών του φίλτρου πρόβλεψης έτσι ώστε πομπός και δέκτης να λειτουργούν σε συμφωνία.

4 Κωδικοποίηση ADPCM

Η απόδοση της κωδικοποίησης DPCM που εξετάσαμε στα προηγούμενα, βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στο πόσο καλή πρόβλεψη μπορούμε να κάνουμε για το τρέχον εικονοστοιχείο αν γνωρίζουμε τις τιμές των προηγούμενων εικονοστοιχείων της εικόνας. Η χρήση ενός χρονικά σταθερού φίλτρου πρόβλεψης ωστόσο, υπονοεί πως η εικόνα θα πρέπει να παρουσιάζει παρόμοια στατιστικά χαρακτηριστικά σε όλη της την έκταση¹ έτσι ώστε η εκτίμηση που γίνεται από το φίλτρο πρόβλεψης να είναι ακριβής σε όλη την έκταση της εικόνας. Οι εικόνες οι οποίες συναντώνται στην πράξη ωστόσο δεν παρουσιάζουν παρόμοια στατιστικά χαρακτηριστικά σε όλη τους την έκταση, με αποτέλεσμα σε ορισμένες περιοχές της εικόνας να πετυχαίνουμε καλή πρόβλεψη ενώ σε άλλες περιοχές το σήμα λάθους να παρουσιάζει μεγάλη δυναμική περιοχή, δηλαδή να έχουμε μια λιγότερο ικανοποιητική πρόβλεψη. Το πρόβλημα αυτό προσπαθεί να αντιμετωπίσει η τεχνική ADPCM (Adaptive Differential Pulse Coded Modulation) η οποία παρουσιάζει κάποιες μορφές προσαρμοστικότητας καθώς κωδικοποιεί μια εικόνα εισόδου. Η προσαρμοστικότητα αυτή γενικά μπορεί να έχει τις ακόλουθες δύο μορφές:

- (α) Προσαρμογή του κβαντιστή: Στη διαδικασία αυτή το φίλτρο πρόβλεψης παραμένει σταθερό με αποτέλεσμα το σήμα λάθους να παρουσιάζει μικρή δυναμική περιοχή σε ορισμένες περιοχές (καλή πρόβλεψη) ενώ σε άλλες περιοχές μεγαλύτερη δυναμική περιοχή (μη ικανοποιητική πρόβλεψη). Έτσι, το σύστημα κωδικοποίησης παρακολουθεί τη δυναμική περιοχή του σήματος λάθους και χρησιμοποιεί έναν κβαντιστή με περισσότερες στάθμες (περισσότερα δυαδικά ψηφία ανά εικονοστοιχείο) για τις περιοχές της εικόνας με μεγάλη δυναμική περιοχή για το σήμα λάθους και αντίστοιχα έναν κβαντιστή με λιγότερες στάθμες για τις περιοχές με μικρή δυναμική περιοχή για το σήμα λάθους. Για να γνωρίζει ο δέκτης το είδος του κβαντιστή το οποίο χρησιμοποιεί ο πομπός σε κάθε χρονική στιγμή, είναι απαραίτητη η αποστολή κάποιας επιπλέον πληροφορίας.
- (β) Προσαρμογή του φίλτρου πρόβλεψης: Στη διαδικασία αυτή, ο κβαντιστής που χρησιμοποιείται παραμένει σταθερός ενώ το φίλτρο πρόβλεψης μεταβάλλεται έτσι ώστε να αντικατοπτρίζει τα τοπικά στατιστικά χαρακτηριστικά των διαφόρων περιοχών της εικόνας. Σκοπός της μεθόδου είναι να διατηρείται η δυναμική περιοχή

¹ Στην πραγματικότητα η ιδιότητα αυτή μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά και ονομάζεται *στασιμότητα*. Τα στοχαστικά σήματα τα οποία την υπακούουν ονομάζονται *στάσιμα σήματα*. Ωστόσο, στάσιμα σήματα συναντώνται σπάνια στην φύση.

του σήματος λάθους σε χαμηλά επίπεδα για όλο το εύρος της εικόνας και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί έτσι ένας κβαντιστής με μικρό πλήθος δυαδικών ψηφίων ανά εικονοστοιχείο. Στην επόμενη παράγραφο θα εξετάσουμε αναλυτικότερα την τεχνική αυτή.

4.1 Προσαρμογή του φίλτρου πρόβλεψης

Στα προηγούμενα, όταν αναφερθήκαμε στον υπολογισμό του φίλτρου πρόβλεψης είδαμε πως ο υπολογισμός του ισοδυναμεί με την επίλυση ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων. Υπάρχει ωστόσο μια εναλλακτική μέθοδος ελαχιστοποίησης η οποία ξεκινάει από μια αρχική εκτίμηση του σημείου στο οποίο η συνάρτηση παρουσιάζει ελάχιστο, και την οποία εκτίμηση προοδευτικά βελτιώνει. Μάλιστα, για ορισμένα ήδη συναρτήσεων οι οποίες δεν παρουσιάζουν *τοπικά ελάχιστα*, η μέθοδος αυτή καταλήγει εγγυημένα σε μια ακολουθία λύσεων οι οποίες βρίσκονται πολύ κοντά στην επιθυμητή.

Ας υποθέσουμε πως έχουμε στη διάθεσή μας ένα σημείο $\mathbf{a}_i$ το οποίο αντιστοιχεί σε ένα μέσο τετραγωνικό σφάλμα:

$$M\hat{S}E(\mathbf{a}_i) = E[f^2(n, k)] + \mathbf{a}_i^T \mathbf{R} \mathbf{a}_i - 2\mathbf{p} \mathbf{a}_i$$

Τότε, σύμφωνα με τη μέθοδο της *πλέον απότομης καθόδου* (*steepest descend*) το σημείο το οποίο προκύπτει αν από το τρέχον σημείο $\mathbf{a}_i$ μετακινηθούμε προς την αντίθετη διεύθυνση την οποία μας υποδεικνύει η παράγωγος της συνάρτησης στο σημείο $\mathbf{a}_i$ κατά ένα μικρό βήμα μ , είναι ένα νέο σημείο $\mathbf{a}_{i+1}$ στο οποίο η συνάρτηση παρουσιάζει μικρότερη τιμή:

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i - \mu \frac{\partial M\hat{S}E}{\partial \mathbf{a}_i}, \quad M\hat{S}E(\mathbf{a}_{i+1}) \leq M\hat{S}E(\mathbf{a}_i)$$

και στην περίπτωση μας θα έχουμε

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i - 2\mu (\mathbf{R} \mathbf{a}_i - \mathbf{p})$$

Από την τελευταία σχέση, παρατηρούμε πως τόσο ο πίνακας $\mathbf{R}$ όσο και το διάνυσμα $\mathbf{p}$ θα πρέπει να υπολογιστούν πριν από την εφαρμογή της μεθόδου. Μια εναλλακτική απλοποιημένη εκδοχή της μεθόδου είναι ο αλγόριθμος LMS (Least Mean Squares), σύμφωνα με τον οποίο οι στοχαστικές ποσότητες $\mathbf{R}$ και $\mathbf{p}$ τίθενται ίσες με τις τρέχουσες εκτιμήσεις και δεν εκτιμώνται από στατιστικούς μέσους όρους:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T$$

και

$$\mathbf{p}_i = f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}$$

όπου η επανάληψη i του αλγορίθμου συμπίπτει με την επεξεργασία του δείγματος $f(n, k)$. Έτσι, αντικαθιστώντας τις σχέσεις αυτές στον αναδρομικό αλγόριθμο βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{i+1} &= \mathbf{a}_i - 2\mu (\mathbf{f}_{n,k} \mathbf{f}_{n,k}^T \mathbf{a}_i - f(n, k) \mathbf{f}_{n,k}) \\ \mathbf{a}_{i+1} &= \mathbf{a}_i - 2\mu (\mathbf{f}_{n,k}^T \mathbf{a}_i - f(n, k)) \mathbf{f}_{n,k} \\ \mathbf{a}_{i+1} &= \mathbf{a}_i - 2\mu (f'(n, k) - f(n, k)) \mathbf{f}_{n,k} \end{aligned}$$

και τελικά

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i + 2\mu \cdot e(n, k) \cdot \mathbf{f}_{n,k}$$

Η τελευταία σχέση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στο σύστημα ADPCM αν και ο δέκτης εκτός από τον πομπό είχε στη διάθεσή του το σήμα λάθους $e(n, k)$ έτσι ώστε και οι δυο διατάξεις να προσαρμόζουν τα φίλτρα πρόβλεψης που χρησιμοποιούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Εναλλακτικά, αντί του σήματος $e(n, k)$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί το σήμα $\hat{e}(n, k)$ το οποίο είναι διαθέσιμο τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη και το οποίο αναμένουμε να είναι μια καλή εκτίμηση για το σήμα $e(n, k)$, αφού αποτελεί την κβαντισμένη εκδοχή του.

Η αρχική εκτίμηση του φίλτρου πρόβλεψης $\mathbf{a}_0$ μπορεί να είναι είτε το σταθερό φίλτρο πρόβλεψης του DPCM είτε μια εκδοχή του υπολογισμένη με στατιστικές που οφείλονται σε μια αρχική υποπεριοχή της εικόνας προς κωδικοποίηση, έτσι ώστε αυτό να ανταποκρίνεται καλύτερα στις στατιστικές ιδιότητες της αρχής της εικόνας. Στη συνέχεια, μετά την κωδικοποίηση κάθε εικονοστοιχείου εκτελείτε μια διαδικασία ανανέωσης του φίλτρου πρόβλεψης έτσι ώστε να παρακολουθούνται οι στατιστικές ιδιότητες της εικόνας στις διάφορες περιοχές της. Σε γενικές γραμμές, η τιμή της θετικής σταθεράς μ καθορίζει το πόσο γρήγορα ο αλγόριθμος προσαρμόζεται στις νέες στατιστικές ιδιότητες της εικόνας. Ωστόσο, έχει αποδειχθεί πως η τιμή της δεν θα πρέπει να υπερβαίνει μια συγκεκριμένη τιμή² γιατί στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος LMS δεν συγκλίνει ακόμα και στην περίπτωση όπου η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση δεν παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

5 Ερωτήματα

Για την ολοκλήρωση της άσκησης καλείστε να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

1. Να υλοποιήσετε ένα σύστημα κωδικοποίησης / αποκωδικοποίησης DPCM και να αξιολογήσετε την απόδοσή του τόσο ως προς το μέγεθος της περιοχής υπολογισμού της πρόβλεψης $R_{n,k}$ όσο και ως προς το πλήθος των δυαδικών ψηφίων τα οποία χρησιμοποιούνται για την κωδικοποίηση του σήματος λάθους.
2. Να απεικονίσετε το σήμα λάθους $e(n, k)$ το οποίο προκύπτει κατά την κωδικοποίηση μιας εικόνας εισόδου. Τι παρατηρήτε; Σε ποιές περιοχές το σύστημα πετυχαίνει καλή πρόβλεψη και σε ποιές περιοχές της εικόνας όχι; Εξηγήστε τις παρατηρήσεις σας.
3. Να υλοποιήσετε ένα σύστημα κωδικοποίησης / αποκωδικοποίησης ADPCM και να αξιολογήσετε την απόδοσή του τόσο ως προς το μέγεθος της περιοχής υπολογισμού της πρόβλεψης $R_{n,k}$ όσο και ως προς την τιμή της σταθεράς μ η οποία χρησιμοποιείται στην διαδικασία ανανέωσης του φίλτρου πρόβλεψης.
4. Να συγκρίνετε την απόδοση του συστήματος κωδικοποίησης / αποκωδικοποίησης ADPCM ως προς το αν ο προσαρμοστικός αλγόριθμος LMS χρησιμοποιεί το πραγματικό σήμα λάθους $e(n, k)$ ή την κβαντισμένη εκδοχή του $\hat{e}(n, k)$.

²Σε γενικές γραμμές, οι επιτρεπτές τιμές που μπορεί να λάβει η σταθερά μάθησης μ καθορίζονται από τις ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{R}$.

Επίσης να μελετηθεί η επίδραση που έχει η αρχική εκτίμηση $\mathbf{a}_0$ στην ποιότητα της κωδικοποίησης. Εξετάστε τις περιπτώσεις (α) της τυχαίας αρχικοποίησης, (β) της αρχικοποίησης με το φίλτρο πρόβλεψης της τεχνικής DPCM και (γ) της αρχικοποίησης με ένα φίλτρο πρόβλεψης το οποίο έχει υπολογιστεί σε μια υποπεριοχή της εικόνας προς κωδικοποίηση. Και στις τρεις περιπτώσεις απεικονίστε το σήμα λάθους $e(n, k)$.

Βιβλιογραφία

- [1] Craig Marven and Gillian Ewers, "*A Simple Approach to Digital Signal Processing*", Wiley-Interscience Publications, 1996
- [2] S. Haykin, "*Adaptive Filter Theory*", 4th Ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.